

Fracciones - Adición y Sustracción



↪ Ejemplo 1:

$$a) \frac{3}{2} + \frac{2}{2}$$

Toma nota: Puesto que ambos términos son "semejantes", pueden ser sumados.

$$b) \frac{3}{2} - \frac{5}{2}$$

$$c) \frac{5}{2} - \frac{1}{2}$$

Toma nota: $\frac{2}{3}$ ← a este número se le conoce como NUMERADOR; indica cuantos tercios tienes.

↗ a este número se le conoce como DENOMINADOR; identifica el tipo de fracción. (tercios para el ejemplo).

Dividamos nuestra recta numérica en tercios:



Ejemplo 2:

$$a) \quad 5 - 7 + 3$$

$$= \quad \quad + 3$$

$$= \quad \underline{\quad \quad}$$

$$b) \quad \frac{5}{3} - \frac{7}{3} + \frac{3}{3}$$

$$=$$

$$=$$

$$c) \quad \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{4}{3}$$

$$=$$

$$=$$

Y, ¿ que hay de $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$?

Debido a que no son términos semejantes, no pueden sumarse sino hasta que los convertimos en términos semejantes.



$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \quad \text{y} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Cuando sumamos o restamos fracciones debemos encontrar el _____
o MCD.

El MCD de dos fracciones es el número positivo más pequeño que contiene un número exacto de veces a ambos denominadores.

¿Cómo sumamos $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ sin la recta numérica?

Primero, encontramos el MCD.

$$\text{MCD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Recuerda que todo número multiplicado por 1 es igual a el mismo número.

$$\frac{1}{2} \left(\quad \right) = 6$$

$$\frac{1}{3} \left(\quad \right) = 6$$

Por lo tanto,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{\quad}{6} + \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{6}$$

↪ Ejemplo 3:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

El MCD es _____ pues 2, 3 y 4 caben exactamente en él.

Debemos reformular nuestras fracciones en términos semejantes:

$$\frac{1}{2} \left(\quad \right) + \frac{1}{3} \left(\quad \right) + \frac{1}{4} \left(\quad \right)$$
$$= \frac{\quad}{12} + \frac{\quad}{12} + \frac{\quad}{12}$$

↪ Ejemplo 4:

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{3} + \frac{7}{4}$$

$$\text{MCD} = \underline{\quad}$$



Ejemplo 5:

Reduce las siguientes fracciones:

a) $\frac{6}{8}$

b) $\frac{12}{9}$

c) $\frac{100}{28}$



Ejemplo 6:

a) Escribe $\frac{2}{3}$ como una fracción

equivalente con denominador 6.

b) Escribe $\frac{1}{5}$ como una fracción

equivalente cuyo denominador es
10x.

Fracciones - Adición y Sustracción

Ejercicio de repaso

1. $\frac{1}{2} + \frac{5}{2}$

2. $\frac{1}{2} - \frac{5}{2}$

3. $\frac{4}{3} - \frac{2}{3} + \frac{5}{3}$

4. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

5. Reduce las siguientes fracciones:

a) $\frac{4}{8} =$

b) $\frac{15}{3} =$

c) $\frac{21}{7} =$

Reducción de Fracciones

⇒ Ejemplo 1:

Reduce las siguientes fracciones en su equivalente más pequeño:

a) $\frac{6}{8}$ Primero preguntamos, ¿cuál es el número más grande que divide exactamente al numerador (6) y al denominador (8)?
 divide exactamente a 6 y 8.

$$\frac{6/2}{8/2} =$$

b) $\frac{42}{28}$ En el caso de números más grandes, es buena idea empezar por dividir usando valores pequeños.

$$\frac{42/2}{28/2} =$$

=

=

$$\frac{3}{3} = 1$$

¿Porqué?

Porque podemos dividir numerador y denominador entre 3.

$$\frac{3/3}{3/3} = \frac{1}{1} = 1$$

⇒ Ejemplo 2:

a) Reduce $\frac{3a}{3b}$

b) Reduce $\frac{4xy}{4y}$

c) Reduce $\frac{4xy}{4xyz}$

→

Ejemplo 3:

a) Reduce $\frac{3x^2y^3}{xy}$

$$\frac{3x^2y^3}{xy} = \frac{3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y}{x \cdot y}$$

$$= \frac{3 \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot \cancel{y} \cdot y \cdot y}{\cancel{x} \cdot \cancel{y}}$$

$$= 3 \cdot 1 \cdot x \cdot 1 \cdot y \cdot y$$

$$= 3 \cdot x \cdot y \cdot y$$

$$= 3xy^2$$

Otra forma de resolver el mismo problema:

$$\frac{3x^2y^3}{xy} = \frac{3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y}{x \cdot y} = \frac{3 \cdot x \cdot y \cdot y}{1} = 3xy^2$$

b) Reduce $\frac{4x^2y^3z^5}{xy^4z^7}$

↪ Ejemplo 4 : Reduce

$$a) \frac{4x}{8x}$$

$$b) \frac{42a^2}{30a}$$

$$c) \frac{102a^3b^2c^4}{114a^2b^3c^2}$$

$$d) \frac{6}{51}$$

$$e) \frac{6}{52}$$

$$f) \frac{6}{54}$$

Reducción de Fracciones

Ejercicio de repaso

Reduce las siguientes fracciones a su término más pequeño:

1. $\frac{5}{10}$

2. $\frac{80}{24}$

3. $\frac{5a}{5ab}$

4. $\frac{7x^3y^2z}{x^2yz^3}$

5. a) $\frac{12}{48}$

b) $\frac{12}{50}$

c) $\frac{12}{52}$

Multiplicación de Fracciones

→ Ejemplo 1:

$$a) \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3}$$

Piensa en la siguiente pregunta:
¿cuánto es la mitad de 8 manzanas?

 manzanas

Entonces, ¿cuánto es la mitad de 8 tercios?
 tercios

Por lo tanto, $\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$

Otro enfoque:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{1 \cdot 8}{2 \cdot 3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$b) \quad \frac{40}{3} \cdot \frac{9}{10}$$

↪ Ejemplo 2:

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$b) \frac{1}{4} \cdot 9 =$$

$$c) \frac{2}{3} \cdot 7 =$$

$$d) \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$e) \left(-\frac{2}{3} \right) \left(\frac{7}{6} \right) =$$



Ejemplo 3:

$$a) \frac{x}{4} \cdot \frac{4}{x} =$$

$$b) \frac{ab}{c} \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{c}{b} =$$

$$c) \frac{72}{35} \cdot \frac{55}{108} \cdot \frac{14}{110} =$$



Ejemplo 4:

$$a) \left(\frac{1}{3} \right)^2 =$$

$$b) \left(-\frac{3}{4} \right)^2 =$$

$$c) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 8 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 9$$

$$d) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 9\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

Multiplicación de Fracciones

Ejercicio de repaso

1. $\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{7}$

2. $6 \left(\frac{2}{3} \right)$

3. $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2}$

4. $\left(-\frac{1}{4} \right) \left(\frac{8}{9} \right)$

5. $\frac{21}{64} \cdot \frac{16}{5} \cdot \frac{25}{7}$

6. $\left(\frac{1}{2} \right)^3 - 4$

División con Fracciones

↪ Ejemplo 1:

$$\frac{8}{\frac{1}{2}} = 8 \div \frac{1}{2}$$

Observa la recta numérica:



$8 \div \frac{1}{2}$ pregunta, ¿cuántas mitades hay en 8 enteros?

$8 \div \frac{1}{2} = 16$ pues hay 16 mitades en 8 enteros.

Otro enfoque:

$$8 \div \frac{1}{2} = 8 \cdot \frac{2}{1} = \frac{16}{1} = 16$$

↪ Ejemplo 2:

a) $\frac{3}{4} \div 2$

b) $-4 \div \frac{3}{5}$



Ejemplo 3:

$$a) \quad \frac{40}{69} \div \frac{25}{46}$$

$$b) \quad \frac{xy^2}{z} \div \frac{4}{z}$$



Ejemplo 4:

$$a) \quad 12 \div \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$b) \quad \frac{3}{5} \div \frac{1}{10} + 8$$

↪ Ejemplo 5:

a) ¿Cuál es el cociente de

$$\frac{2}{9} \cdot 4 \cdot \frac{4}{9} \cdot ?$$

b) Si aumentamos 5 al cociente de

$$\frac{4}{5} \cdot 4 \cdot \frac{1}{10}, \text{ ¿cuál es el resultado?}$$

DIVISIÓN con Fracciones

Ejercicio de repaso

1. $4 \div \frac{1}{2}$

2. $\frac{10}{\frac{1}{5}}$

3. $\frac{16}{27} \div \frac{20}{36}$

4. $\frac{a^2bc^3}{12} \div \frac{abc}{3}$

5. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \div \frac{5}{9}$

6. ¿Cuál es el cociente de $\frac{8}{9} \cdot 4 \cdot \frac{2}{3}$?

Más Fracciones - Adición y Sustracción

↪ Ejemplo 1:

$$a) \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6}$$

MCD =

$$\frac{2}{3} \left(\quad \right) + \frac{1}{4} \left(\quad \right) - \frac{5}{6} \left(\quad \right)$$

=

=

=

$$b) \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$$

MCD =

$$\frac{x}{2} \left(\quad \right) + \frac{1}{4} =$$

=

Nota: No fue necesario cambiar $\frac{1}{4}$ en el ejemplo 1b pues su denominador es el MCD.



Ejemplo 2:

$$a) \frac{5}{9} - \left(\frac{1}{6} \right)$$

$$b) \frac{3}{x} + \frac{2}{5}$$

MCD =

$$\frac{3}{x} \left(\quad \right) + \frac{2}{5} \left(\quad \right)$$

=

=

Más Fracciones

Ejercicio de repaso

1. $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} - \frac{3}{2}$

2. $\frac{x}{4} + \frac{2}{5}$

3. $-\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right)$

4. $\frac{2}{x} - \frac{1}{3}$

Fracciones 'Kung-Fu'

Considera $4 \cdot \frac{1}{2}$

$$4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 1}{1 \cdot 2} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

¿Podemos resolver mentalmente esta fracción?

$4 \cdot \frac{1}{2}$ Decimos, 2 cabe dos veces en 4, y 1 cabe dos veces en 2.

Ahora, intenta resolver lo siguiente:

a) $8 \left(\frac{5}{2} \right)$ cabe veces en
4 cabe veces en .

Por lo tanto $8 \left(\frac{5}{2} \right) =$

b) $10 \left(\frac{5}{2} \right) =$

c) $9 \left(\frac{4}{3} \right) =$

$$d) 14 \left(\frac{5}{7} \right) =$$

Sin embargo, este método no funciona siempre.

Considera $7 \left(\frac{3}{2} \right)$.

2 no cabe exactamente en 7; por eso, debemos encontrar otro método.

$$7 \left(\frac{3}{2} \right) = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \boxed{\frac{21}{2}}$$

Ahora, observa lo siguiente:

$$8 \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2} \right)$$

De acuerdo con la regla del orden de operaciones, primero resolvemos el paréntesis.

No obstante, con "Kung-Fu" podemos hacer el problema más fácil utilizando la propiedad distributiva

$$8 \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2} \right)$$

$$= 8 \left(\frac{3}{4} \right) + 8 \left(\frac{3}{2} \right)$$

=

=

Ahora, resuelve lo siguiente:

$$a) \quad 6 \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right)$$

$$b) \quad 12 \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4} \right)$$

Fracciones "Kung-Fu"

Ejercicio de repaso

1. Si puedes hacerlo, resuelve mentalmente lo siguiente:

a) $10 \cdot \frac{3}{2}$

b) $12 \left(\frac{5}{6} \right)$

c) $5 \left(\frac{1}{2} \right)$

2. Resuelve lo siguiente:

a) $14 \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{7} \right)$

b) $9 \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{9} \right)$

FRACCIONES COMPLEJAS

Una fracción compleja es _____

↪ Ejemplo 1 :

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}$$

Es posible multiplicar
numerador y denominador
por el MCD.

$$\text{MCD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{\frac{3}{4} (\quad)}{\frac{5}{6} (\quad)} =$$

Otro método :

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{4} \div \frac{5}{6} =$$

=

Sin embargo, este método funciona SOLAMENTE
cuando _____

↪ Ejemplo 2 :

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{3}{2}}$$

MCD = _____

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{3}{2}} = \frac{12\left(\frac{2}{3}\right) + 12\left(\frac{3}{4}\right)}{12\left(\frac{5}{6}\right) - 12\left(\frac{3}{2}\right)}$$

$$= \frac{4(2) + 3(3)}{2(5) - 6(3)}$$

$$= \frac{8 + 9}{10 - 18}$$

$$= \frac{17}{-8}$$

$$= -\frac{17}{8}$$

Nota : Recuerda , $\frac{17}{-8} = \frac{-17}{8} = -\frac{17}{8}$

De éstos, elegimos $-\frac{17}{8}$ como nuestra respuesta final.

↪ Ejemplo 3 :

$$a) \quad \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \quad MCD =$$

$$b) \quad \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \quad MCD =$$

↪

Ejemplo 4 :

$$2 - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} - 3 + \frac{5}{6}$$

FRACCIONES COMPLEJAS

Ejercicio de repaso

Proporciona el valor numérico de :

1.
$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}$$

2.
$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{3} + \frac{1}{6}}$$

3.
$$\frac{\frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{6}}{\frac{2}{9} + \frac{5}{6} - 1}$$